есть предшественник A, а $\overline{W}$ – потомок литерала B. Тогда при добавлении гипотезы $A \to B$ в структуру появляется путь из W в $\overline{W}$, означающий коллизию парадокса. Таким образом, необходимость условия (ii) доказана. *Конец доказательства*.

Из доказательства Теоремы 3 ясно, что в структуре имеется коллизия цикла в том случае, когда не соблюдается условие (i), а коллизия парадокса, – когда не соблюдается условие (ii).

Рассмотрим, как можно использовать Теорему 3 для решения предыдущей задачи (рис. 27). Предположим, что надо проверить корректность гипотезы $B \to \overline{C}$. Строим для этих литералов соответствующие конусы:

$B^{\nabla} = \{A, B\}$; $\overline{C}^{\Delta} = \{\overline{B}, \overline{C}\}$; $Inv(\overline{C}^{\Delta}) = \{B, C\}$.

Проверяем условия Теоремы 3:

$B^{\nabla} \cap \overline{C}^{\Delta} = \varnothing$; $B^{\nabla} \cap Inv(\overline{C}^{\Delta}) = \{B\}$.

Отсюда следует, что при добавлении гипотезы $B \to \overline{C}$ коллизия цикла не образуется, зато появляется коллизия парадокса.

Рассмотрим для той же задачи гипотезу $\overline{C} \to A$. Вычисляем нужные для проверки множества: $\overline{C}^{\nabla} = \{\overline{C}\}$; $A^{\Delta} = \{A\}$; $Inv(A^{\Delta}) = \{\overline{A}\}$. Проверка показывает, что равенства, предусмотренные в Теореме 3, верны и, следовательно, гипотеза $\overline{C} \to A$ не инициирует коллизий.

9. Абдукция

В философии и логике считается, что индукция и абдукция – более высокие по сравнению с дедукцией формы мышления, непосредственно связанные с творческим мышлением, т. е. с мышлением, результатом которого являются новые знания. Но в современной логике отсутствует однозначное определение абдукции. Считается, что абдуктивные выводы были предложены одним из создателей математической логики Ч. Пирсом. Исследуя теорию силлогистики Аристотеля, он предложил модифицировать ее, чтобы получать не только дедуктивные выводы, но и правдоподобные рассуждения. Рассмотрим в качестве примера один из силлогизмов Л. Кэрролла. Даны посылки:

1) Все молчаливые существа не забавны;

2) Все улитки молчаливы.

Если использовать правила силлогистики, то получим следствие:

Все улитки не забавны.

То же следствие можно легко получить и с помощью E-структур. Из схемы этого силлогизма Пирс построил два других типа рассуждения. Одно из них он назвал принятием гипотезы, а позже предложил назвать «абдукцией». Вот это рассуждение.

Исходная посылка: Все улитки молчаливы.

Получен результат: Все улитки не забавны.

Далее рассуждаем так: чтобы этот результат был следствием исходной посылки, необходимо в состав посылок добавить гипотезу «Все молчаливые существа не забавны». Поиск такой посылки как раз и есть абдуктивный вывод.

Для простого силлогизма подобная схема рассуждения была известна намного раньше исследований Ч. Пирса, но она имеет другое название – ***энтимема***, т. е. рассуждение с пропущенной посылкой. Рассмотрим подробно известный пример. Дано рассуждение «Этот человек не знает дорогу к реке. Следовательно, он не местный житель». Это, по сути, силлогизм с пропущенной посылкой. Для его анализа используем E-структуры.

Введем обозначения: H – этот человек, K – знающий дорогу к реке, V – местный житель. Исходная посылка имеет вид $H \to \overline{K}$, а предполагаемое следствие – $H \to \overline{V}$. Данное рассуждение можно представить в виде диаграммы (рис. 28). Здесь посылка изображена сплошной линией, предполагаемое следствие – пунктиром. Чтобы суждение $H \to \overline{V}$ стало действительным следствием, необходимо, чтобы из вершины H был путь к вершине $\overline{V}$. Достаточно посмотреть на рисунок, чтобы сразу же найти «недостающее звено»: $\overline{K} \to \overline{V}$ (рис. 29). Контрапозиция этого суждения – $V \to K$ («Все местные жители знают дорогу к реке»).

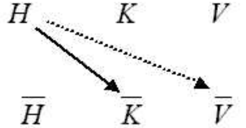

Рис. 28

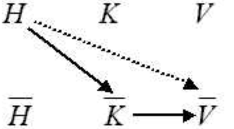

Рис. 29

Энтимема встречается весьма часто и в житейских диалогах, и в литературных произведениях. Так, в книге [9] исследовались тексты литературных произведений с целью установить, как часто в них используются энтимемы. Например, в литературном произведении в 400 страниц (роман Г. Манна «Верноподданный») содержится 1943 умозаключения, из них 1938 в форме энтимем.

Мы порой даже не замечаем, что такие языковые конструкции, как «Он говорил зычно, поскольку был туговат на ухо», «Петров – снайпер, так как он обладает твердой рукой и острым зрением», по сути, есть энтимемы (в первом предложении пропущена посылка «Все туговатые на ухо говорят зычно», а во втором – «Все обладающие твердой рукой и острым зрением – снайперы»). Во втором предложении, если действовать по правилам логики, восстанавливается ложная посылка (в жизни отнюдь не все, обладающие твердой рукой и острым зрением, являются снайперами), но при поверхностном восприятии или при искаженном представлении о логике эта ошибка не замечается. Искусные ораторы нередко пользуются энтимемами для того, чтобы косвенным путем внедрить в сознание публики неявно сформулированные сомнительные или ложные посылки.

Следуя Ч. Пирсу, будем называть ***абдукцией*** методы анализа рассуждений, в которых требуется найти подходящую гипотезу для того, чтобы построить корректную логическую связь между исходными посылками и предполагаемым следствием из этих посылок. В отличие от энтимемы, абдукция используется в более сложных случаях, чем простой силлогизм.

Абдукция встречается не только в научном анализе, но и во многих других мыслительных актах, даже в такой, казалось бы, далекой от логики сфере, как юмор. В качестве примера проанализируем анекдот, связанный с известным британским политиком Уинстоном Черчиллем. Как известно, он прекрасно разбирался в тонкостях языка (ему, кстати, была присуждена Нобелевская премия по литературе за мемуары о Второй мировой войне), и его остроты далеко не всем приходились по вкусу. Однажды чем-то обиженная на него леди Астор сказала ему: «Если бы вы были моим мужем, я бы подсыпала вам яд в кофе». Черчилль тут же ответил: «Если бы вы были моей женой, то я бы этот кофе выпил».

Смешное обычно не принято комментировать. Но здесь иная ситуация – ставится задача найти связь комического с абдукцией. Ответ Черчилля внешне безобиден. Однако при этом «домысливается», что его ответу должна предшествовать фраза «А вы мне так неприятны, что … » и предпосылка о том, что в моделируемой ситуации говорящий знает о насыпанном яде. Эти недостающие звенья являются абдуктивным выводом из произнесенных фраз и ситуации, и смех (по крайней мере, у людей с чувством юмора) вызывает не только этот скрытый намек, но не в последнюю очередь радость, связанная с его самостоятельной и быстрой «расшифровкой».

Рассмотрим шуточную задачу.

Найдите пропущенную посылку в рассуждении:

Титулованные особы не закладывают за воротник, поскольку все, кто не носит цилиндров, не являются титулованными особами, и к тому же любой, кто закладывает за воротник, сморкается в галстук.

Обозначим $Т$ – титулованные особы, $Ц$ – те, кто носят цилиндры, $З$ – те, кто закладывают за воротник, $С$ – те, кто сморкаются в галстук. Ясно, что предполагаемое следствие рассуждения есть суждение $Т \to \overline{З}$, а посылки имеют вид $\overline{Ц} \to \overline{Т}$ и $З \to С$.

Построим граф рассуждения (рис. 30).

$$\begin{tikzcd} Т \arrow[r] \arrow[drrr, dotted] & Ц & С & З \arrow[l] \\ \overline{Т} & \overline{Ц} \arrow[l] & \overline{С} \arrow[r] & \overline{З} \end{tikzcd}$$

Рис. 30

Из рисунка видно, что пути из $Т$ в $\overline{З}$ нет, но, чтобы он появился, достаточно добавить суждение $Ц \to \overline{С}$. Значит, один из возможных ответов задачи: «Те, кто носят цилиндры, не сморкаются в галстук».

Рассмотрим более сложный пример, где вместо содержательных терминов используются обычные символы. Пусть даны посылки $A \to B$; $C \to (\overline{B}, \overline{D})$; $E \to D$ (второе суждение означает «Все C есть не-B и не-D»). Предполагаемое следствие: $A \to \overline{E}$. Нужно восстановить недостающие посылки, не вводя при этом новых литералов.

Для исходных посылок построим диаграмму (рис. 31), пунктирной дугой обозначим предполагаемое следствие. Затем добавим в схему все контрапозиции исходных суждений (рис. 32).

Из рисунка ясно, что из A в $\overline{E}$ нет пути, то есть суждение $A \to \overline{E}$ – не следствие исходных посылок, и чтобы оно стало таковым, нужно найти гипотезу, подходящую в качестве новой посылки. При взгляде на рис. 32 кажется, что требуемые решения дают гипотезы $B \to C$ или

$\overline{C} \to \overline{D}$. Однако проверка показывает, что каждая из них инициирует коллизию парадокса.

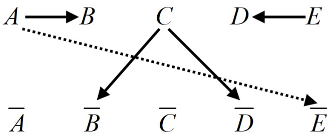

Рис. 31

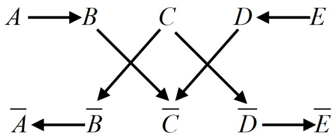

Рис. 32

Можно попробовать перебрать и проверить все возможные новые суждения, пока не найдется подходящего, но их число может оказаться большим, и процесс станет весьма трудоемким. Нами предложен более простой способ, описываемый таким алгоритмом.

Алгоритм поиска абдуктивных выводов. Даны исходные посылки и предполагаемое следствие, допустим, $P \to Q$. Тогда выполняются следующие действия:

Шаг 1. Построить структуру с исходными посылками и затем вывести контрапозиции к каждой из посылок.

Шаг 2. Проверить существование в полученной структуре пути из P в Q. Если такого пути нет, то переход к Шагу 3, иначе выход из алгоритма с ответом «Для данной задачи абдуктивный вывод не требуется».

Шаг 3. Используя построенную на Шаге 1 структуру, построить верхний конус P^{Δ} и нижний конус Q^{∇}.

Шаг 4. Из полученных на Шаге 3 множеств записать все возможные пары (X_i, Y_j), где $X_i \in P^{\Delta}$ и $Y_j \in Q^{\nabla}$.

Шаг 5. Для каждой пары, полученной на Шаге 4, проверить, используя Теорему 3 (раздел 8), корректность гипотезы $X_i \to Y_j$. Если гипотеза некорректна, то соответствующая пара исключается из списка. Оставшиеся пары дают возможные ответы. *Конец алгоритма*.

Неформальное пояснение к алгоритму. С его помощью мы ищем недостающие звенья цепи $P \to \ldots \to Q$, поскольку разрывы в ней означают, что суждение $P \to Q$ не следует из исходных посылок. Список пар, полученных на Шаге 4, есть полный список таких недостающих звеньев, т. е. гипотез. Но некоторые из них могут быть некорректными, поэтому необходим Шаг 5.

Рассмотрим, как работает этот алгоритм применительно к нашей задаче.

Шаг 1 и *Шаг 2* уже выполнены.

Шаг 3. Из рис. 32 получаем $A^{\Delta} = \{A, B, \overline{C}\}$, $\overline{E}^{\nabla} = \{\overline{E}, C, \overline{D}\}$.

Шаг 4. Список возможных пар:

$(A, \overline{E})$, (A, C), $(A, \overline{D})$, $(B, \overline{E})$, (B, C), $(B, \overline{D})$, $(\overline{C}, \overline{E})$, $(\overline{C}, C)$, $(\overline{C}, \overline{D})$.

Шаг 5. Из этого списка сразу можно исключить пары $(A, \overline{E})$ и $(\overline{C}, C)$, поскольку первая пара соответствует предполагаемому следствию, а вторая – явная коллизия парадокса. Остальные пары необходимо проверить. Например, выполним проверку только двух гипотез $A \to C$ и $A \to \overline{D}$. Проверяем по Теореме 3.

Для гипотезы $A \to C$:

$A^{\nabla} = \{A\}$; $C^{\Delta} = \{C, \overline{A}, \overline{B}, \overline{D}, \overline{E}\}$; $A^{\nabla} \cap C^{\Delta} = \varnothing$; $A^{\nabla} \cap Inv(C^{\Delta}) = \{A\}$ – гипотеза некорректна.

Для гипотезы $A \to \overline{D}$:

$A^{\nabla} = \{A\}$; $\overline{D}^{\Delta} = \{\overline{D}, \overline{E}\}$; $A^{\nabla} \cap \overline{D}^{\Delta} = \varnothing$; $A^{\nabla} \cap Inv(\overline{D}^{\Delta}) = \varnothing$ – то есть, гипотеза корректна.

Проверив остальные гипотезы, убедимся, что возможными вариантами абдуктивного вывода для данной задачи могут быть только следующие базовые суждения:

$A \to \overline{D}$; $B \to \overline{D}$ и $B \to \overline{E}$.

Какой из этих вариантов самый подходящий, можно решить только на основе содержательного анализа. Каждая новая связь влечет за собой некоторую совокупность новых следствий. Какие-то из них могут оказаться несовместимыми с явно не выраженными, но подразумеваемыми правильными суждениями.

10. Метафора и парадокс подмены

Без метафоры трудно представить любое литературное произведение. В науке метафоры тоже играют значительную роль (например, эффект сплетен в химических реакциях, позвоночный столб, черная дыра, солнечная корона, компьютерный вирус, решетки в математике и т. д.). Понятие метафоры было известно еще в древней Греции. Интерес к метафоре становится все более интенсивным и быстро расширяется, захватывая многие области знания: философию, логику, психологию, психоанализ, литературоведение, литературную критику, семиотику, риторику, лингвистическую философию, разные школы лингвистики [13]. В силу этого возросшего интереса появилась даже новая наука, имя которой «метафорология» [14]. Рассмотрим определение метафоры.